

## Příklady k samostatnému řešení 4. část – integrály

Spočítejte integrály (tj. nalezněte primitivní funkce):

$$49. \int (x - 2)^2(x^2 + 1) dx$$

$$50. \int \left( \frac{2}{1 + x^2} - \frac{3}{\sqrt{1 - x^2}} \right) dx$$

$$51. \int \operatorname{tg}^2 x dx$$

$$52. \int \frac{e^x + 1}{e^x} dx$$

$$53. \int 6^x dx$$

$$54. \int x^2 e^x dx$$

$$55. \int \frac{\ln x}{x} dx$$

$$56. \int x^2 \sin x dx$$

$$57. \int \frac{dx}{(1 + x^2)^3}$$

$$58. \int (1 - x)^5 dx$$

$$59. \int \frac{x^2}{(1 - x^3)^2} dx$$

$$60. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} \quad (a > 0)$$

$$61. \int e^{ax} dx$$

$$62. \int x^2 e^{x^3} dx$$

$$63. \int \cos \frac{2x-3}{5} dx$$

Spočítejte určité integrály:

$$64. \int_0^2 (3x^3 - 2x + 5) dx$$

$$65. \int_1^2 (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx$$

$$66. \int_{-\pi}^{\pi} (1 - \cos x) dx$$

$$67. \int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$$

$$68. \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

$$69. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$$

$$70. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$$

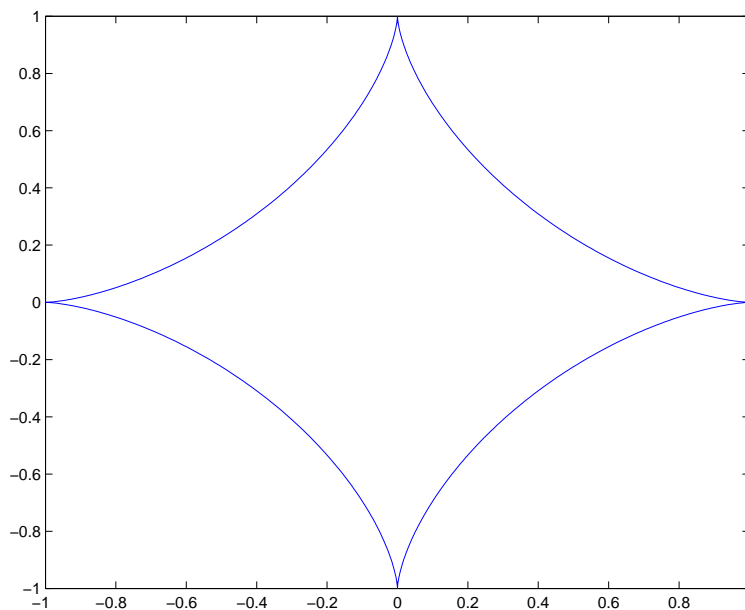
$$71. \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$72. \int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

73. Vypočítejte obsah uzavřeného rovinného útvaru, který je omezen křivkami  $y = 2 - x^2$ ,  $y = x$ .

74. Vypočítejte obsah uzavřeného rovinného útvaru, který je omezen elipsou  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . (Uvažte, že se daný útvar skládá ze čtyř stejných částí a počítejte obsah jen části ležící v prvním kvadrantu  $x \geq 0$  a  $y \geq 0$ ).

75. Vypočítejte obsah uzavřeného rovinného útvaru, který je omezen astroidou danou parametrickými rovnicemi  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$ ,  $a > 0$ .



Obrázek 1: Graf astroidy pro  $a = 1$

76. Vypočítejte objem komolého rotačního kužele s poloměry podstav  $r_1$ ,  $r_2$  a výškou  $v$ .

77. Vypočítejte objem tělesa vytvořeného rotací křivky  $y = \sin x$  kolem osy  $x$  pro  $x \in \langle 0, \pi \rangle$ .
78. Vypočítejte moment setrvačnosti homogenního tělesa tvaru kužele o poloměru podstavy  $R$ , výšce  $v$  a hmotnosti  $m$ .