

Příklady k samostatnému řešení

1. část – vektory, matice, souřadnice

1. Jsou dány dva vektory v prostoru: $\mathbf{a} = (1, 2, -2)$ a $\mathbf{b} = (-2, 1, 2)$.

a) Spočítejte součet vektorů $\mathbf{a} + \mathbf{b}$.

b) Spočítejte rozdíl vektorů $\mathbf{a} - \mathbf{b}$.

c) Určete opačné vektory $-\mathbf{a}$, $-\mathbf{b}$.

d) Spočítejte skalární součin těchto vektorů $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

e) Jsou vektory \mathbf{a} , \mathbf{b} na sebe kolmé?

f) Spočítejte velikosti obou vektorů, tj. $a = |\mathbf{a}|$, $b = |\mathbf{b}|$.

g) Určete jednotkový vektor \mathbf{a}^0 ve směru vektoru \mathbf{a} .

h) Určete směrové kosiny vektoru \mathbf{a} .

i) Spočítejte průmět a_n vektoru \mathbf{a} do vektoru \mathbf{b} a průmět b_n vektoru \mathbf{b} do vektoru \mathbf{a} .

(Poznámka: pro nalezení průmětů a_n , b_n není nutné spočítat úhel mezi vektory, viz vztah (2.29) ve skriptech.)

2. Jsou dány body tři body v prostoru: $A[1, -5, 8]$, $B[-2, -5, 4]$ a $C[5, -5, 5]$. Spočítejte úhly α , β , γ trojúhelníka $\triangle ABC$.

3. Jsou zadány matice

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Spočítejte součet obou matic $\mathbb{A} + \mathbb{B}$.

b) Spočítejte součin obou matic $\mathbb{A}\mathbb{B}$.

c) Určete determinanty obou matic $\det \mathbb{A}$ a $\det \mathbb{B}$.

4. Ukažte pomocí vektorového součinu, že vektory $\mathbf{a} = (-1, 1, -2)$ a $\mathbf{b} = (2, -2, 4)$ jsou kolineární.

5. Spočítejte plochu trojúhelníka $\triangle ABC$, kde $A[3, 1, 4]$, $B[0, 2, 1]$ a $C[4, 0, 6]$.

6. Pomocí smíšeného součinu dokažte, že body $A[2, -1, -2]$, $B[1, 2, 1]$, $C[2, 3, 0]$ a $D[5, 0, -6]$ leží v jedné rovině.
7. Jaký je objem rovnoběžnostěnu daného vektory $\mathbf{a} = (3, -1, 0)$, $\mathbf{b} = (2, 3, 1)$ a $\mathbf{c} = (-1, 1, 4)$.
8. Jaké jsou
- polární souřadnice bodu $A[-1, 2]$,
 - kartézské souřadnice bodu s polárními souřadnicemi $\varrho = 3$ a $\varphi = 330^\circ$?
9. Jaké jsou
- sférické a válcové souřadnice bodu $A[-2, 1, -1]$,
 - kartézské souřadnice bodu s válcovými souřadnicemi $\varrho = 3$, $\varphi = 150^\circ$ a $z = -2$,
 - kartézské souřadnice bodu se sférickými souřadnicemi $r = 2$, $\varphi = 150^\circ$ a $\vartheta = 30^\circ$?
10. Souřadnice bodu A v soustavě S jsou $[-2, 1]$. Jaké budou souřadnice bodu A v soustavě S' , která je vůči soustavě S
- posunuta tak, že souřadnice počátku O' mají v soustavě S souřadnice $[3, -1]$?
 - otočena o úhel $\varphi = 120^\circ$?
 - posunuta tak, že souřadnice počátku O' mají v soustavě S souřadnice $[-1, 1]$ a zároveň je otočena o úhel $\varphi = 45^\circ$?
11. Souřadnice bodu A v soustavě S jsou $[-2, -1, 2]$. Jaké budou souřadnice bodu A v soustavě S' ,
- která je vůči soustavě S posunuta tak, že souřadnice počátku O' posunuté soustavy mají v soustavě S souřadnice $[2, -3, 1]$?
 - která vznikla otočením soustavy S kolem osy z o úhel $\alpha = 45^\circ$?
 - která vznikla nejprve otočením soustavy S kolem osy z o úhel $\alpha = 45^\circ$ a poté jejím otočením kolem osy x o úhel $\beta = 30^\circ$?